

construire le nombre apprentissage et... difficultés

Thierry DIAS, HEP Lausanne
thierry.dias@hepl.ch



1. Le concept de nombre
2. Construire le concept de nombre, oui mais comment ?
3. Difficultés et obstacles
4. Outils d'aide

Plan



1. Le concept de nombre

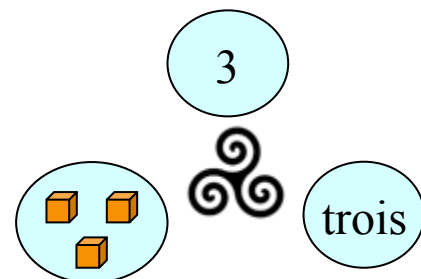
une relation triangulaire... donc pas binaire

construire le concept de nombre

problèmes de
sémiotique

symbole
numérique

arabe



analogique
sémantique

quantité
physique*



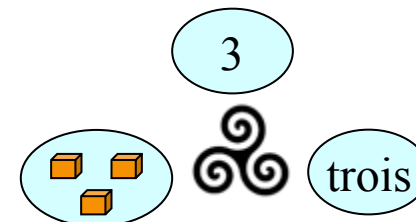
mot
nombre

verbal

"triple code"

4

numération
de position



donner un sens
au codage
numérique

reconnaître une
collection et la
nommer

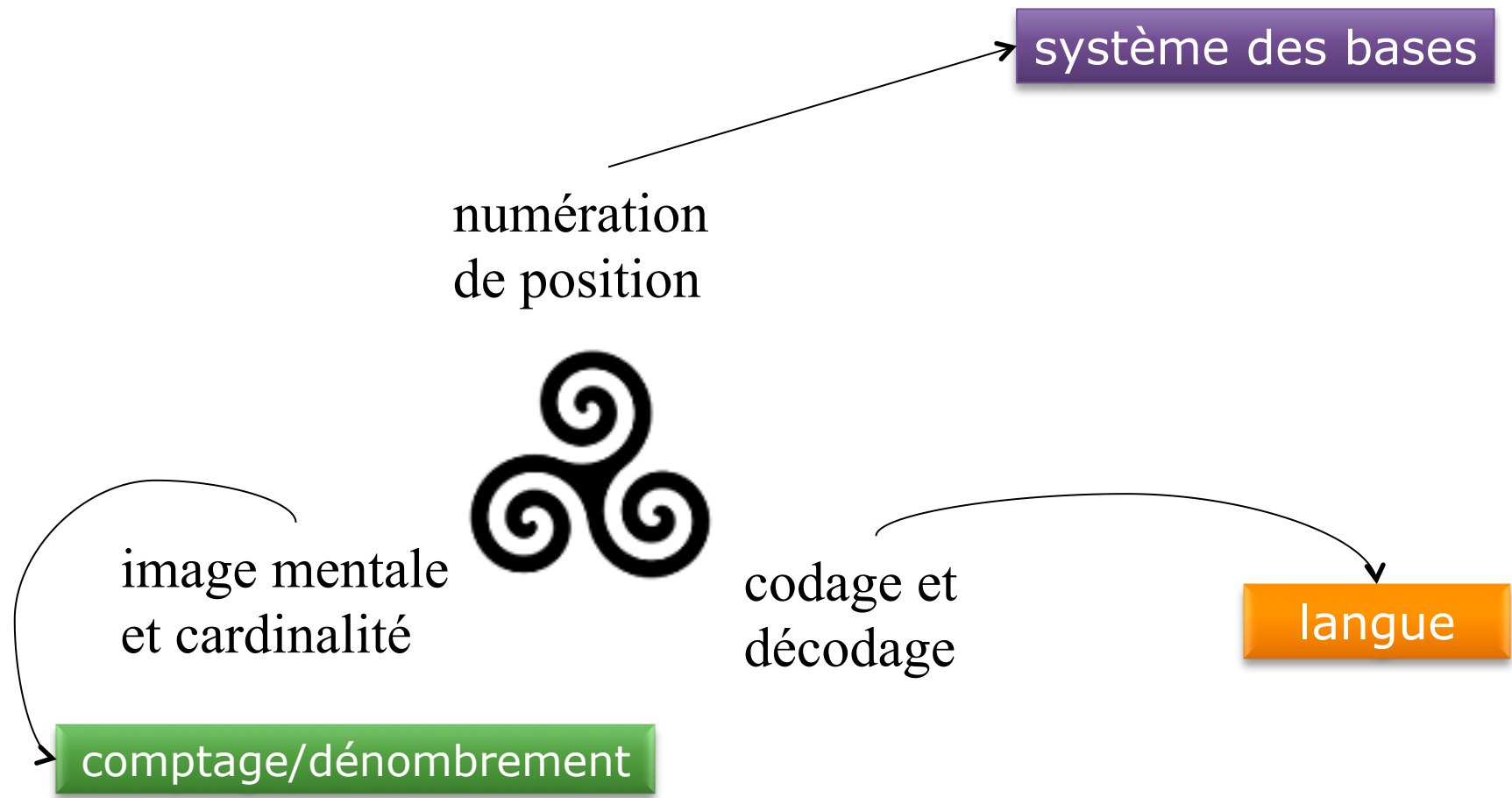


savoir nommer
les nombres qu'on
lit et qu'on écrit

image mentale et
cardinalité

codage et
décodage

difficultés principales



histoire et épistémologie : questions ?

tout sujet apprenant le nombre doit-il se poser les mêmes questions que ses inventeurs pour le comprendre ?

les nombres ont-ils un lien avec le réel ?

apprendre les nombres : résoudre des problèmes ou appliquer des règles ?

problème :

représenter une
quantité

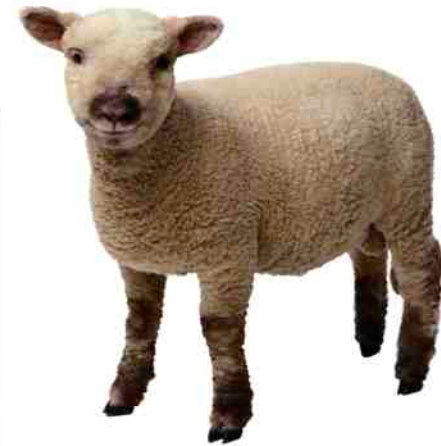
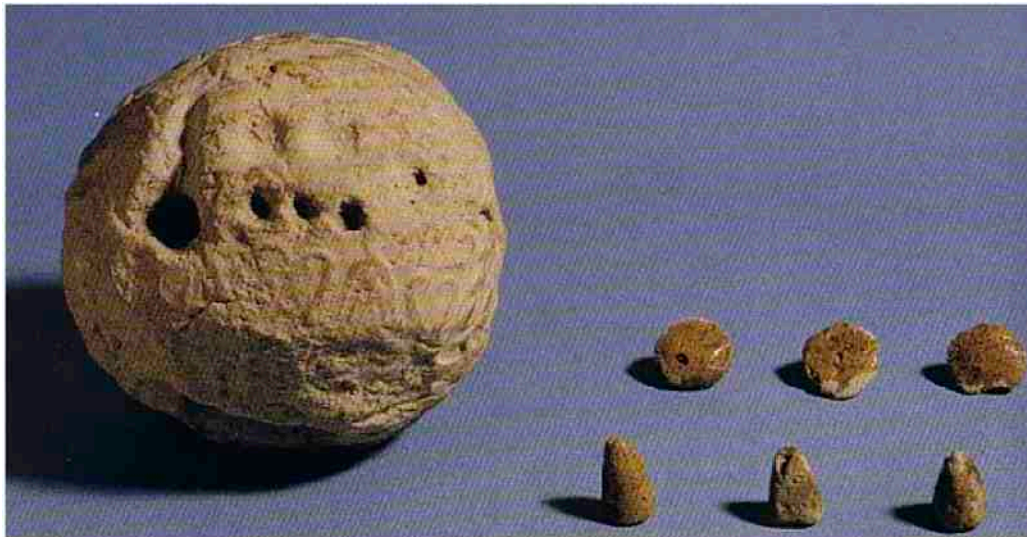
procédure :

plusieurs "mêmes"



Mésopotamie, IV^e av. JC

problème : représenter et simuler une quantité



procédure : vers l'abstraction des choses du réel

Mésopotamie, II^e av. JC

problème : représenter, et coder une quantité

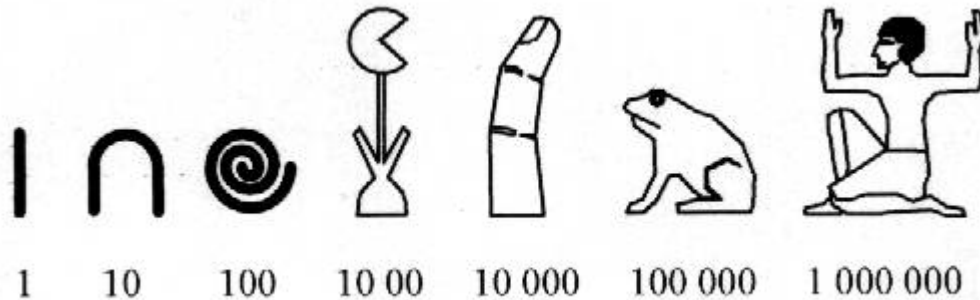


$$\leftarrow \Upsilon \Upsilon = 12 \quad \Upsilon \Upsilon = 62 \quad \leftarrow \Upsilon \Upsilon \Upsilon \Upsilon = 25$$

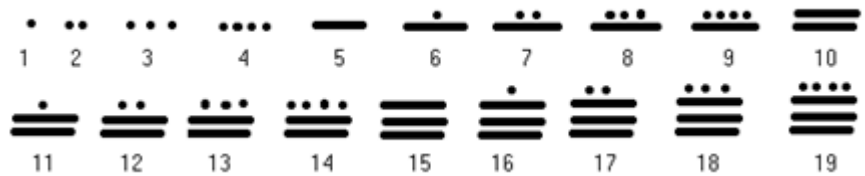
procédure : écrire, garder en mémoire, communiquer
grâce à un système : la numération

problème : faire beaucoup avec peu...

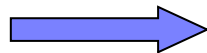
faire évoluer le type de représentation



Principe
additif



Principe
positionnel

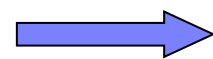


vers une formalisation adéquate

problème : faire beaucoup avec peu...

—	∩	∩	1	1	1	
==	≈	∩	∩	2	2	
≡	≈	∩	3	3	3	
+	∩	∩	∩	∩	4	
∩	∩	∩	∩	∩	∩	5
∩	∩	∩	6		6	
∩	∩		∩	1	7	
∩	∩	∩	∩		8	
∩	∩	∩	∩		9	

EVOLUTION EN INDE EVOLUTION ARABE EVOLUTION EN EUROPE

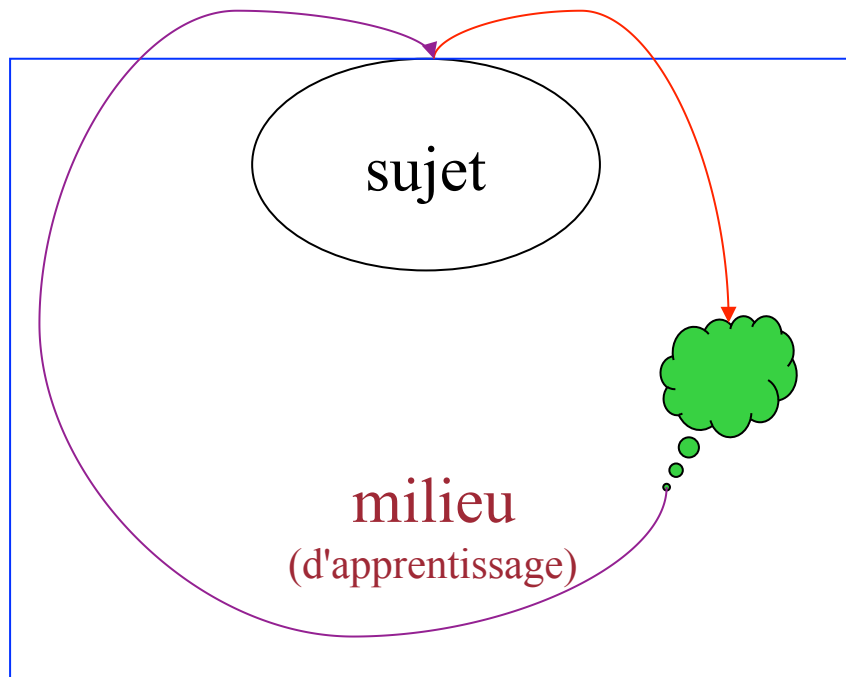


vers la numération décimale

2. Construire le concept de nombre, oui mais comment ?

la dialectique enseigner / apprendre

un modèle d'apprentissage : *Piaget*



équilibre

élément nouveau

assimilation

accommodation

organisation

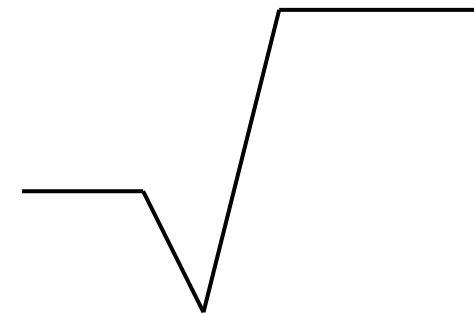
équilibration



Stades de développement

=

Stades d'apprentissages



0 est le plus petit nombre

équilibre

-2 existe

élément nouveau : déséquilibre

-2 est un nombre

assimilation

$-2 < -1$

accommodation

quelles opérations sont possibles, quels en sont les résultats compatibles avec les autres nombres ?

organisation

résoudre des problèmes avec ces nombres

équilibration

Piaget, Szeminska, 1941

1. le stade sensori-moteur (0 à 2 ans)

le bébé apprend à connaître le monde par les objets qu'il utilise

2. la période pré-opératoire (2 à 6 ou 7 ans)

l'enfant peut se représenter certains actes sans les accomplir ; c'est la période du jeu symbolique

3. le stade des opérations concrètes (6 ou 7 ans à 11 ou 12 ans)

4. le stade des opérations formelles (ou hypothético-déductif)

Piaget, Szeminska, 1941

Cette notion de stades d'apprentissages induit une conception « linéaire » de la construction de connaissances sur le nombre.

Le nombre est au service de la représentation du réel (en le quantifiant, en le mesurant) donc dépendant de l'accumulation d'expériences du sujet.

Pour Piaget, le concept de nombre apparaît tardivement chez l'enfant.

→ point de vue très empiriste



Une autre approche : *Gelman et Gallistel* (1978)

les cinq principes qui régissent le "comptage" :



une opportunité intéressante pour
comprendre les difficultés des élèves

Une autre approche : *Gelman et Gallistel* (années 80, 90)

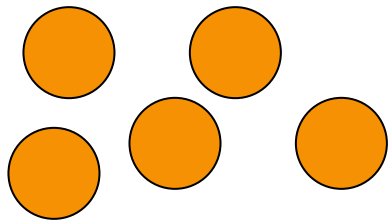
Les connaissances numériques précoces du bébé sont de nature arithmétiques. Dès le plus jeune âge, les enfants possèdent le concept du nombre et sont ainsi capables de réaliser des calculs simples.

- La connaissance de la "comptine" numérique comme préalable.
- L'importance de l'activité de comptage / dénombrement.
- ➔ Cinq principes régissent le "comptage".

1. Principe de correspondance terme à terme :

à chaque unité on doit faire correspondre un mot-nombre

Coordonner le geste à la récitation : un mot
par geste, pas plus, pas moins



un

deux

trois

quatre

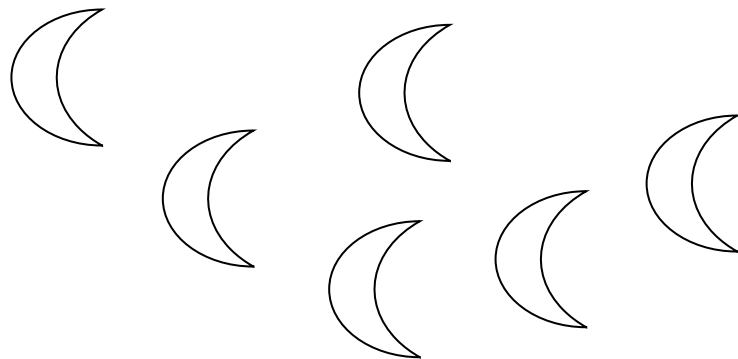
cinq

J'aime les
maths

2. Principe de suite stable :

les mots nombres doivent toujours être récités de la même façon, sans oubli, sans ajout

Mémoriser une suite de mots et la restituer de la même manière dans des contextes, des organisations qui peuvent varier.



3. Principe d'indifférence de l'ordre :

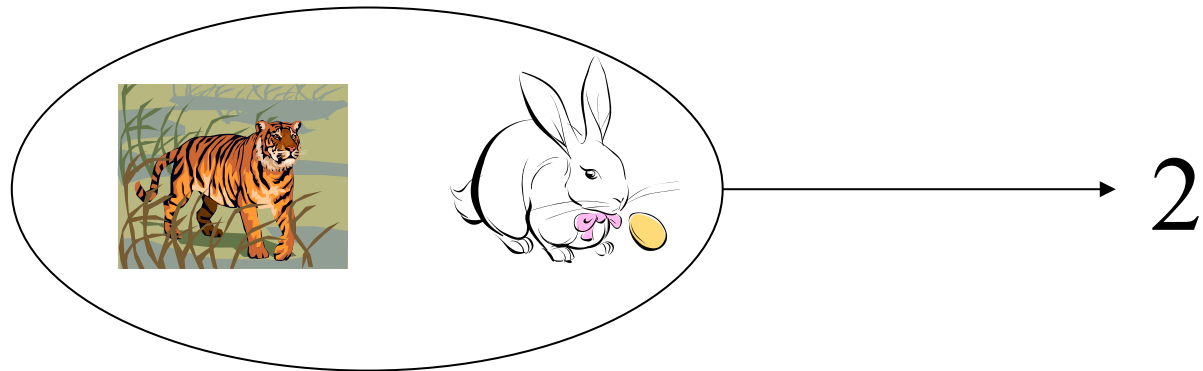
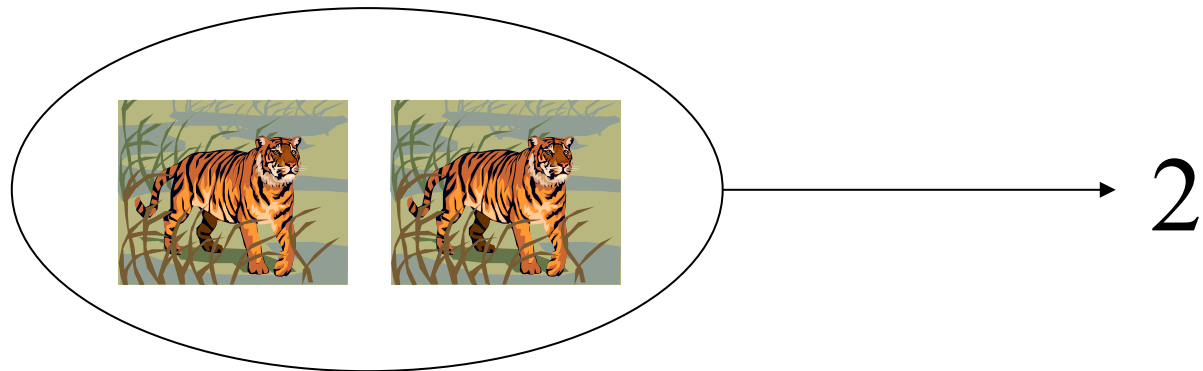
les unités peuvent être comptées dans n'importe quel ordre

L'ordre des objets à dénombrer n'a pas d'importance alors que les mots qui servent dans cette situation sont en ordre !

En revanche, l'organisation spatiale des objets dénombrés revêt une importance qui peut s'avérer fondamentale.

4. Principe d'abstraction :

toutes sortes d'éléments peuvent être rassemblés et comptés ensemble.

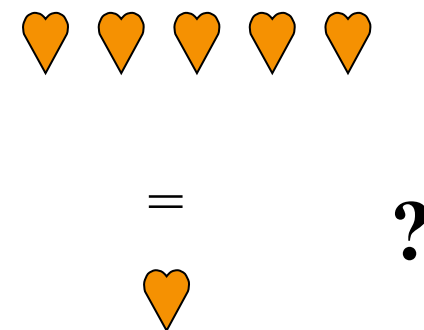
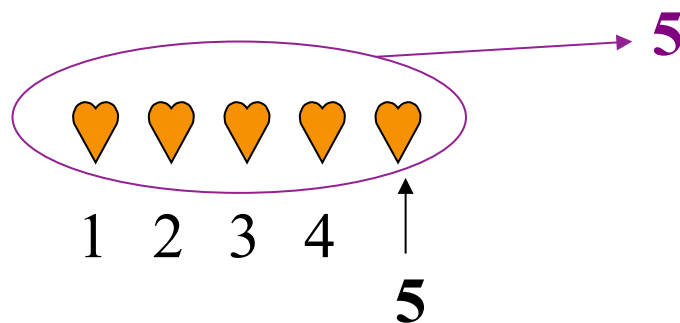


5. Principe cardinal :

le dernier mot nombre prononcé réfère à l'ensemble

Accepter de conceptualiser contre une connaissance...
donc de force, par répétition ou imitation

La question du combien...



quelques conséquences et conseils didactiques :

- ✓ compter dénombrer des objets du monde pour répondre à une question, (par ex. lors d'un jeu)
- ✓ apprendre à organiser un dénombrement par le geste
- ✓ varier les contextes de récitation de la comptine
- ✓ programmer le processus d'abstraction sans l'accélérer inutilement
- ✓ donner des repères numériques pour faciliter les premiers calculs (éviter le surcomptage)
- ✓ utiliser ses doigts aussi longtemps que cela est nécessaire, c'est l'outil idéal !

apprentissage
enseignement
savoirs et connaissances

3. Difficultés et obstacles

élève

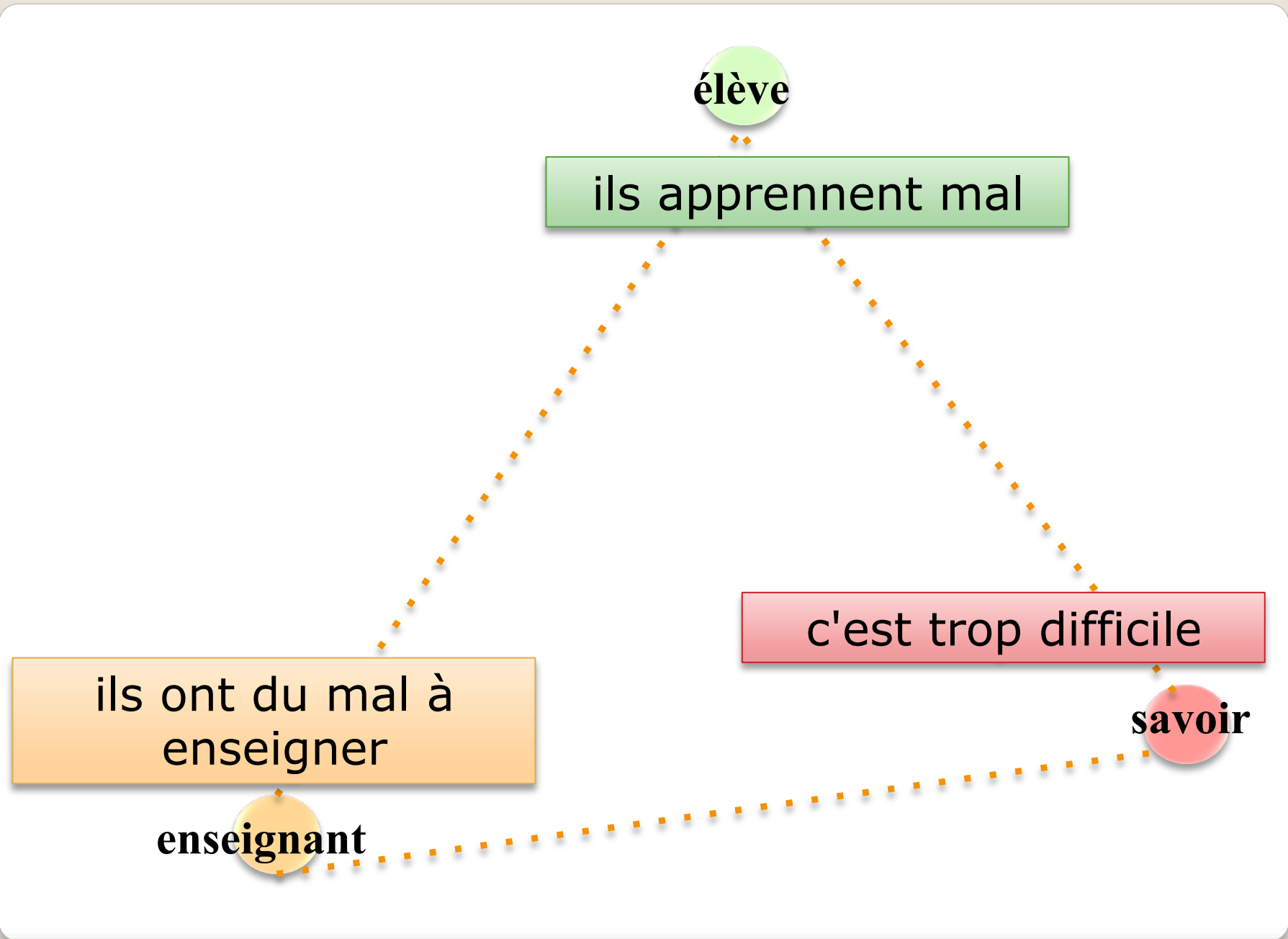
On peut interpréter les difficultés des élèves comme :

- des défaillances de leur capacité d'apprendre,
- des insuffisances dans les démarches d'enseignement,
- des inadaptations de contenus à enseigner

savoir

enseignant

3. Difficultés et obstacles



1/ Ils apprennent mal ?

dimension neurologique

Stanislas DEHAENE, novembre 2007

quelques applications pour l'éducation :

1. Avant leur entrée à l'école, les jeunes enfants possèdent déjà des intuitions mathématiques profondes qui doivent être utilisées comme socle des apprentissages : utilisation des bouliers et des doigts.
2. Le sens du nombre précède et guide le calcul exact, mais les deux doivent être entraînés.
3. L'utilisation des jeux est recommandable en tant que situation d'apprentissage.

et surtout ne pas oublier que :

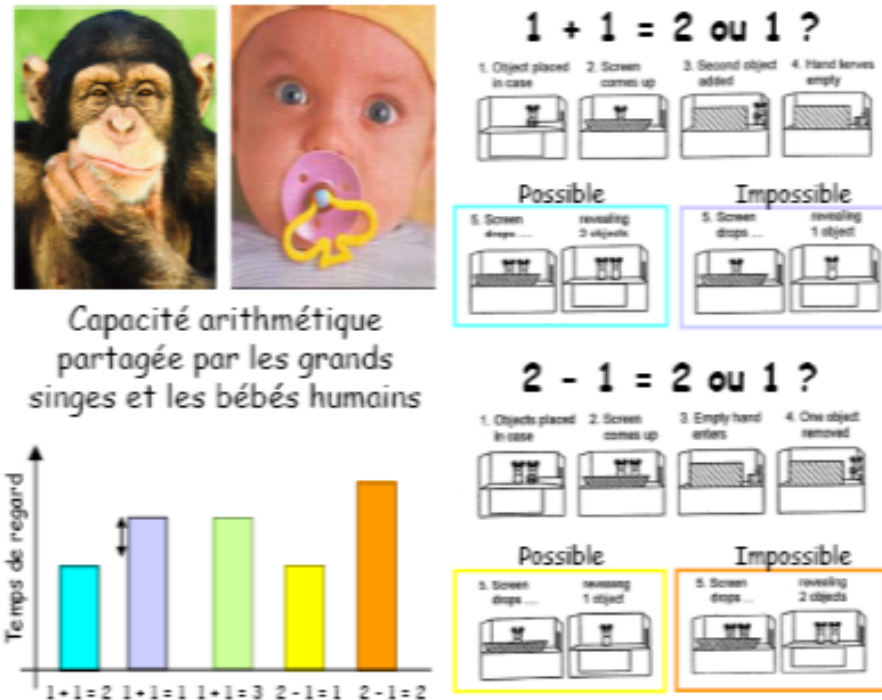
l'apprentissage n'est pas un modèle générique mais spécifique

3. Difficultés et obstacles

Des capacités numériques sont repérables chez le nourrisson **dès l'âge de 6 mois** : discrimination perceptive, addition et soustraction de petites quantités.

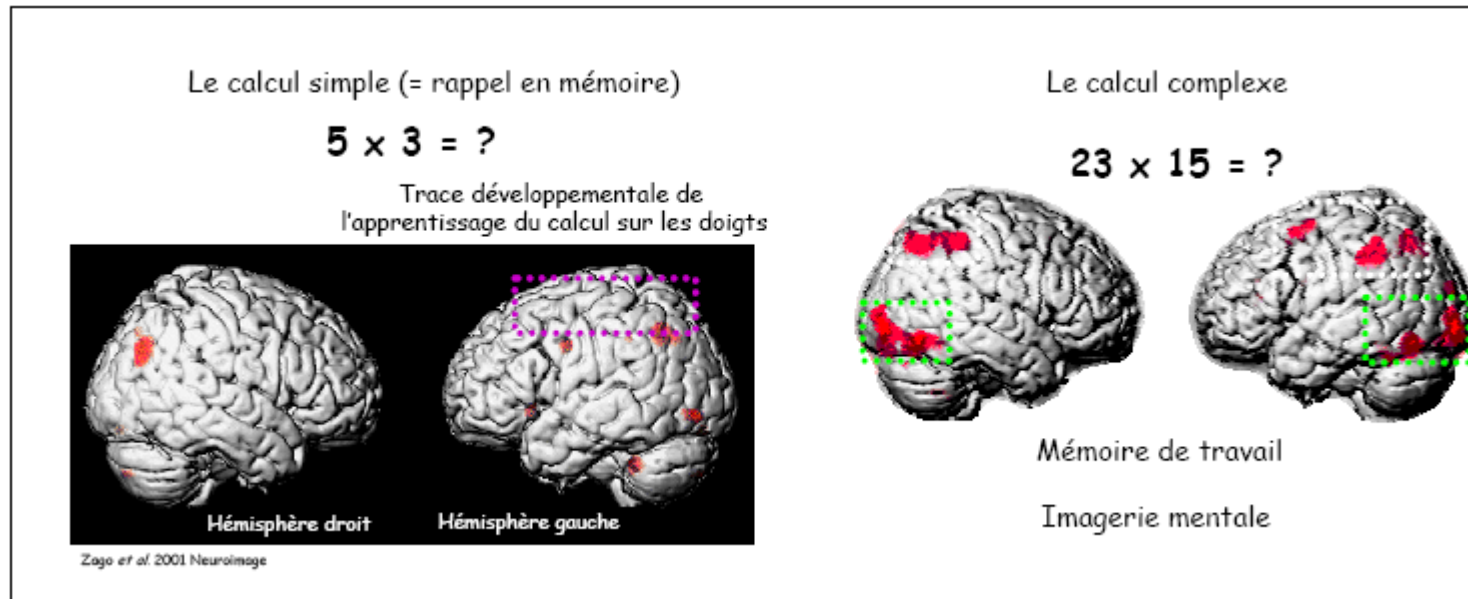
Des capacités que le petit d'homme partage avec ses semblables : singes, dauphins, oiseaux...

pas de quoi pavoiser !



3. Difficultés et obstacles

Les **régions cérébrales concernées** par le calcul et la manipulation des quantités ne sont pas toujours les mêmes (le diagnostic de la dyscalculie s'en trouve compliqué).



Rôle prépondérant du langage comme désignation dans la construction du principe de cardinalité, mais indépendance du système de construction de la numérosité.

la question de la "dyscalculie"

La **dyscalculie n'est pas un concept uniforme** dans la communauté scientifique, clinique ou scolaire.

Les termes *dyscalculie* ou *acalculie* sont plutôt réservés chez l'enfant à l'incapacité d'effectuer des opérations formelles (calcul), d'utiliser et d'intégrer les symboles numériques **sans trouble de raisonnement associé**.

Ces troubles spécifiques isolés sont très rares et d'autres troubles y sont presque toujours associés.

Dyslexie, dysorthographe, dyscalculie Bilan des données scientifiques - Rapport INSERM 2007

Malgré une avancée certaine des études lors des dernières années, les perturbations des mécanismes cognitifs à la base de la dyscalculie sont encore objets d'études et **leur inclusion dans les définitions du trouble paraît prématurée.**

Quelques stratégies pour lutter contre les symptômes de la dyscalculie (une étude américaine de 2006)

Outils d'apprentissage pour l'élève

- ✓ Permettre l'utilisation des doigts
- ✓ Permettre la multiplication des écrits de recherche
- ✓ Permettre l'utilisation de l'ordinateur pour l'entraînement et l'étude
- ✓ Suggérer l'utilisation de papiers spéciaux : millimétré, quadrillé...

Démarche et méthode de travail

- ✓ Traduire en dessin les mots d'un énoncé problématique
- ✓ Favoriser la manipulation pour expérimenter
- ✓ Utiliser des procédés mnémotechniques

Stratégies d'enseignement

- ✓ Utiliser les schémas et les graphiques pour l'explication
- ✓ Favoriser les aides possibles par des pairs
- ✓ Diversifier les techniques de communication écrite (couleurs...)
- ✓ Utiliser le rythme et la musique

2/ C'est trop dur maîtresse !

- ➡ règles du langage (spécificité du français)
- ➡ numération et compréhension des bases
- ➡ la question du zéro
- ➡ nouveaux nombres, nouvelles difficultés

dimension numérique

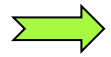
➔ règles du langage

	Français	Chinois
1	un, une	yi
2	deux	er
3	trois	san
10	dix	shi
11	onze	shi yi
12	douze	shi er
13	treize	shi san
20	vingt	er shi
21	vingt et un	er shi yi
22	vingt-deux	er shi er
23	vingt-trois	er shi san

Les règles ne sont pas immuables...

- utiliser dix-un et dix-deux
- utiliser le repère 5
- comprendre la numération avec la famille du cinquante

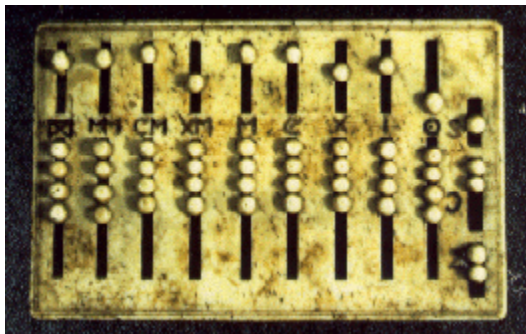
3. Difficultés et obstacles



numération et compréhension des bases

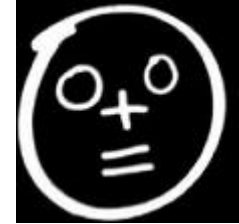
Privilégier la notion d'échange en utilisant les outils adéquats.

Utiliser les opérations (addition et soustraction) pour "faire fonctionner" la numération.





la question du zéro



bref retour historique :

inventé très tôt comme chiffre... et très tard comme nombre

son statut mathématique :

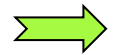
en tant que chiffre il sert à désigner l'absence d'un rang dans un nombre

en tant que nombre il est indispensable pour les propriétés de nos opérations

sa place dans la classe :

il faut une étiquette zéro dans la boîte des chiffres

il est quasiment inutile dans une bande numérique



D'autres ensembles de nombres...

Fractions :

Leur découverte arithmétique (vs calcul division)

Leurs représentations associées : grandeurs

Décimaux :

En lien avec les fractions... et pas avec les entiers

Approche de l'infiniment petit (vs infiniment grand des entiers)

3/ Ils ont du mal à enseigner ?

différenciation

adaptation

inclusion

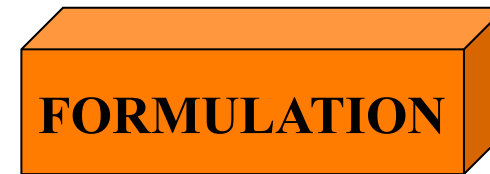
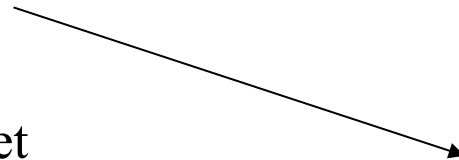
... ils ont des circonstances atténuantes !

dimension didactique

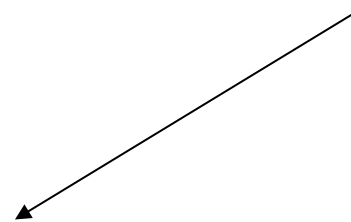
enseigner : une démarche en quatre phases



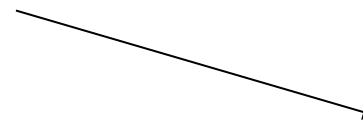
expériences sensibles et mentales
manipulations
connaissances en actes



mettre en mots pour faire des hypothèses, des anticipations



argumentation
controverse
preuve



stabilisation du savoir
définitions

3 atouts pour mieux apprendre



des situations d'apprentissage avec :

- du matériel pour agir,
- des questions à expérimenter,
- des situations qui ont du sens.

→ connaissances en actes



3 atouts pour mieux apprendre



de la place pour les activités langagières :

- mettre en mots, faire des hypothèses,
- anticiper les faits,
- échanger, argumenter, débattre.

→ connaissances en mots

3 atouts pour mieux apprendre



s'entraîner pour :

- "roder son moteur" (faire et refaire)
- travailler à son rythme, à son niveau de compétence
- se dépasser, aller plus loin /vs aller plus vite

→ utilisation des connaissances

Matériel, outils, démarches

4. Des outils d'aide

du matériel

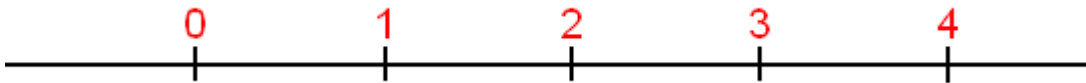


des outils

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----



.
---	----	-----	------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

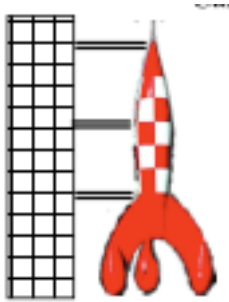


varier, diversifier les représentations de la suite des nombres

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

	10	20	30
1	11	21	31
2	12	22	32
3	13	23	33
4	14	24	34
5	15	25	35
6	16	26	36
7	17	27	37
8	18	28	38
9	19	29	39

des démarches



Aides préventives



Etayage en situation d'apprentissage



Re-médiation

J'aime les
maths



Thierry DIAS, HEP de Lausanne

thierry.dias@hepl.ch

<http://dias.thierry.pagesperso-orange.fr>

<http://www.latribudesmaths.magnard.fr>

